

Theoretische Informatik 3

6. Übung

Abgabe der schriftlichen Lösungen bis Dienstag, den 15. Juli 2008

Aufgabe 35 [mündlich]

Ein *Teilweg* w' eines Weges w ist ein Weg, der eine Teilfolge von w ist, d. h. ist $w = (v_0, v_1, \dots, v_k)$, so besitzt w' die Form $(v_i, v_{i+1}, \dots, v_j)$, für geeignete i, j mit $0 \leq i \leq j \leq k$. Überprüfen Sie folgende Behauptungen über einen Graphen G mit n Knoten.

- Ein Weg der Länge n kann kein Pfad sein.
- Ein Weg, der kein Pfad ist, enthält einen Kreis als Teilweg.
- Ein Weg, der kein Pfad ist und jede Kante höchstens einmal durchläuft, enthält einen Kreis als Teilweg.

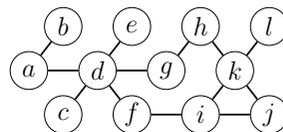
Aufgabe 36 [4 Punkte]

Sei $G = (V, E)$ ein zusammenhängender Graph mit n Knoten. Zeigen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen.

- Jeder Teilgraph G' von G ist zusammenhängend. (mündlich)
- Jeder induzierte Teilgraph G' von G ist zusammenhängend. (mündlich)
- Es existiert ein Baum $B = (V, E')$ mit $E' \subseteq E$. (mündlich)
- G besitzt mindestens $n - 1$ Kanten. (mündlich)
- Wenn G genau $n - 1$ Kanten hat, dann ist G ein Baum. (4 Punkte)

Aufgabe 37 Gegeben sei nebenstehender Graph G . [mündlich]

- In welcher Reihenfolge werden die Knoten bei einer Tiefen- bzw. Breitensuche mit Startknoten a jeweils zum ersten und letzten Mal besucht. Bei Wahlmöglichkeit sollen die Nachbarn in alphabetischer Folge besucht werden.
- Bestimmen Sie den zugehörigen Tiefen- bzw. Breitensuchbaum von G und identifizieren Sie jeweils alle Rückwärts-, Vorwärts- und Querkanten.



Aufgabe 38 [mündlich]

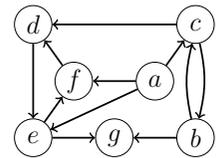
Geben Sie einen Algorithmus an, der für einen als Adjazenzmatrix gegebenen Graphen G alle Zusammenhangskomponenten von G bestimmt und schätzen Sie dessen Laufzeit ab.

Aufgabe 39 [mündlich]

Geben Sie eine Prozedur `LongestPath` an, die für einen als Feld von Adjazenzlisten gegebenen Graphen G in Zeit $O(\|V\|)$ testet, ob G azyklisch ist und in diesem Fall einen längsten Pfad in G ausgibt. Welche Laufzeit ergibt sich, wenn G als Adjazenzmatrix gegeben ist?

Aufgabe 40 Gegeben sei nebenstehender Digraph G . [mündlich]

- Führen Sie auf G eine Tiefen- bzw. Breitensuche mit Startknoten a aus. Bei Wahlmöglichkeit sollen die Nachfolger alphabetisch gewählt werden.
- Bestimmen Sie den zugehörigen Tiefen- bzw. Breitensuchbaum und identifizieren Sie jeweils alle Rückwärts-, Vorwärts- und Querkanten.
- Bestimmen Sie mit dem Algorithmus `SCC` aus der Vorlesung die starken Zusammenhangskomponenten und zeichnen Sie den azyklischen Komponentengraphen von G .



Aufgabe 41 [mündlich]

Sei T ein Breitensuchbaum für einen Graphen G .

- Kann es neben den Baumkanten auch Vorwärts-, Rückwärts- oder Querkanten geben?
- Um welchen Betrag kann die Tiefe zweier Endpunkte einer Querkante von T maximal differieren?
- Beantworten Sie obige Fragen, falls T ein Breitensuchbaum für einen Digraphen G ist.

Aufgabe 42 [6 Punkte]

Gegeben sei nebenstehender Distanzgraph $G = (V, E, l)$. Bestimmen Sie mit dem Dijkstra-Algorithmus in G einen kürzesten Weg von a zu h .

Geben Sie insbesondere für jeden Schleifendurchlauf den aktuellen Breitensuchbaum mit allen bis dahin besuchten Baum- und Querkanten an.

