Rekursion für Bäume

Wenn T = [V, E, r] ein Baum ist,
so gilt für jeden Nachfolger v von r :

Der in v beginnende Teilgraph ist ein Baum:
$T|M(v) =_{Def} [\, M(v), E \cap M(v) \times M(v), v \,]$ Einschränkung

Rekursive Beweise/Definition in Bäumen
Strukturelle Induktion (vgl. freie Halbgruppen)

Wenn gilt (als Beweis oder Definition):
(A) H gilt für Wurzelknoten r .
(R) Wenn H für Knoten v gilt, so gilt H für alle Nachfolger v' von v .

Dann gilt: H gilt für alle Knoten.

Implementation von Bäumen

Liste von Paaren [*Knoten, Vorgänger*]
pre(Sohn,Vater)

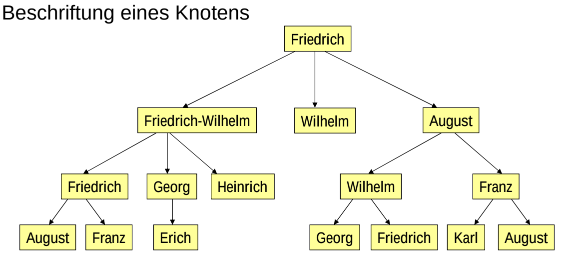
Liste von Paaren [*Knoten, Liste der Nachfolger*]
succ(Vater,[Sohn-1,...,Sohn-n])

Rekursiv für binäre Bäume (andere analog) durch
Struktur: Knoten,rechter Teilbaum,linker Teilbaum
(bzw. mit Knotenbeschriftung)

- tree(Knotenbeschriftung,LinkerBaum,RechterBaum)
- leerer Baum: nil

Identifikation von Knoten

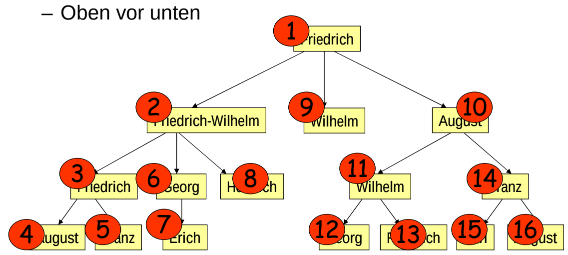
Unterscheiden
Identifikator eines Knotens
Beschriftung eines Knotens



Identifikation von Knoten

Abzählen:
Links vor rechts
– Oben vor unten

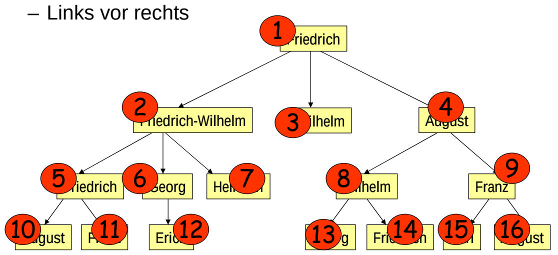
„Tiefe zuerst“



Identifikation von Knoten

Abzählen:
Oben vor unten
– Links vor rechts

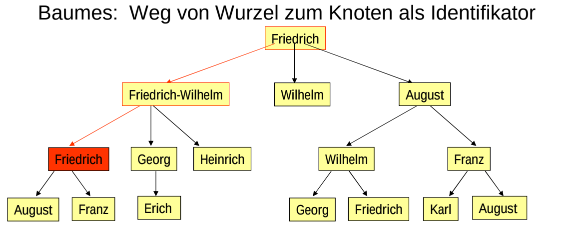
„Breite zuerst“



Identifikation von Knoten

Abzählung allein bestimmt nicht Position eines Knotens im Baum

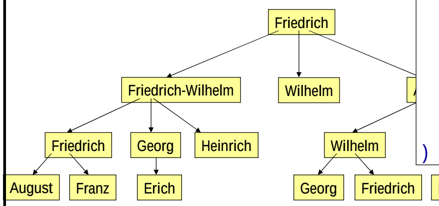
Eindeutige Identifikation eines Knotens innerhalb eines Baumes: Weg von Wurzel zum Knoten als Identifikator



„Friedrich Sohn von Friedrich-Wilhelm dem Sohn von Friedrich“

Sequentialisierung

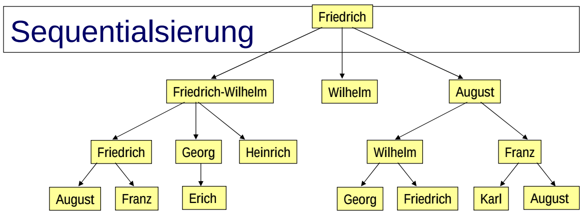
Rekursive Struktur:
(sohn)
(vater(sohn)(sohn)...(sohn))




```
(Friedrich
    (FriedrichWilhelm
        (Friedrich
            (August)
            (Franz)
        )
        (Georg
            (Erich)
        )
        (Heinrich)
    )
    (Wilhelm)
    (August
        (Wilhelm
            (Georg)
            (Friedrich)
        )
        (Franz
            (Karl)
            (August)
        )
    )
)
```

(Friedrich(FriedrichWilhelm(Friedrich(August)(Franz))(Georg(Erich))(Heinrich))(Wilhelm)(August(Wilhelm(Georg)(Friedrich))(Franz(Karl)(August))))

Sequentialsierung



(Friedrich(FriedrichWilhelm(Friedrich(August)(Franz))(Georg(Erich))(Heinrich))(Wilhelm)(August(Wilhelm(Georg)(Friedrich))(Franz(Karl)(August))))

Baumstruktur allein durch öffnende (Baumbeginn) und schließende (Baumende) Klammern definiert:

(((( )( ))(( ))( ))( )((( )( ))(( )( ))))

XML= Extensible Markup Language

Beschreibung hierarchischer (baumförmiger) Strukturen

- tags = Klammern
  - <name> für Beginn
  - </name> für Ende
- Weitere Konventionen (Inhalte, Attribute)
- Verarbeitungswerkzeuge

- Ursprung: electronic publishing
- Keine Formatanweisung (html)

http://www.w3schools.com/xml/default.asp

XML= Extensible Markup Language

```
<book>
   <title>My First XML</title>
   <prod id="33-657" media="paper"></prod>
  <chapter>Introduction to XML
      <para>What is HTML</para>
       <para>What is XML</para>
  </chapter>
  <chapter>XML Syntax
      <para>Elements must have a closing tag</para>
      <para>Elements must be properly nested</para>
  </chapter>
</book>
```

- Element: <name> ... *Inhalt* ... </name>
- Inhalt: andere Elemente, Text, auch gemischt oder leer

XML= Extensible Markup Language

Daten können als Attribute oder Elemente angegeben werden:

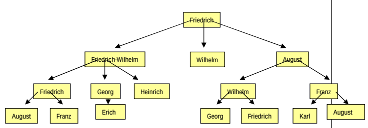
•Attribut

```
<person sex="female">
    <firstname>Anna</firstname>
    <lastname>Smith</lastname>
</person>
```

•Element

```
<person>
    <sex>female</sex>
    <firstname>Anna</firstname>
     <lastname>Smith</lastname>
</person>
```


XML= Extensible Mark



(Friedrich(FriedrichWilhelm(Friedrich(August)(
helm)(August(Wilhelm(Georg)(Friedrich))(Franz

<vater>Friedrich<vater>FriedrichWilhelm<vate
vater>Franz</vater></vater><vater>Georg<vate
nrich</vater></vater><vater>Wilhelm</vater><v
>Georg</vater><vater>Friedrich</vater></vater
vater>August</vater></vater></vater></vater>

```
<vater>Friedrich
    <vater>FriedrichWilhelm
        <vater>Friedrich
            <vater>August</vater>
            <vater>Franz</vater>
        </vater>
        <vater>Georg
            <vater>Erich</vater>
        </vater>
        <vater>Heinrich</vater>
    </vater>
    <vater>Wilhelm</vater>
    <vater>August
        <vater>Wilhelm
            <vater>Georg</vater>
            <vater>Friedrich</vater
            >
        </vater>
        <vater>Franz
            <vater>Karl</vater>
            <vater>August</vater>
        </vater>
    </vater>
</vater>
```

Suche (Retrieval) in einem Baum

Doppelt rekursiv für binären Baum

```
membertree(X,tree(X,_,_)).
membertree(X,tree(_,T1,_)):- membertree(X,T1) .
membertree(X,tree(_,_,T2)) :- membertree(X,T2) .
```

Geordneter binärer Baum

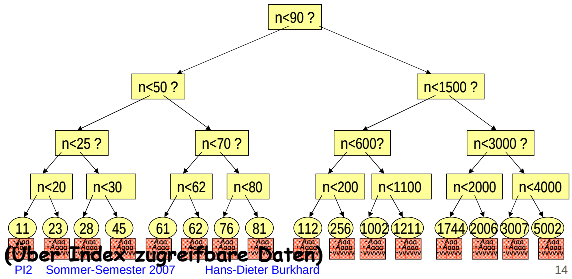
```
node retrieve(int x, node v)
 { if   (v == NIL) return NIL ;
   else if (x == v.value) return v ;
        else if (x < v.value)  return retrieve(x, v.left);
             else              return retrieve(x, v.right);
 }
```


Suchbaum für Retrieval

Alternative zu Hash-Funktionen.

„Schlüssel“ als Suchbegriff (Knoten-Beschriftung).

Inhalt über Knoten zugreifbar („Anhang“, Verweis).



Zeit-Komplexität des Retrievals

Abschätzung: O(log(n))

Tatsächlicher Aufwand abhängig von
- Durchschnittliche Tiefe der Zweige
- Häufigkeit der Suche nach Schlüsseln

Optimierung:

Baum balancieren bzgl. Tiefe (AVL-Bäume)

AVL= Adelson-Velskij, Landis, 1962

Wege in einem Graphen

Sei G=[V,E] ein Graph, $v_0 \in V$.

$L(v_0) =_{Def}$ Menge der in v_0 beginnenden Wege $p = v_0\, v_1\, v_2 \dots v_n$

Für endliche gerichtete Graphen G gilt:

$L(v_0)$ ist eine reguläre Sprache über dem Alphabet V.

$L(v_0)$ ist endlich gdw. $G|M(v_0)$ azyklisch ist.

$G|M(v_0)$ = von v_0 aus erreichbarer Teilgraph

$G|M(v_0) =_{Def} [\, M(v_0),\, E \cap M(v_0) \times M(v_0)\,]$

$M(v_0) =_{Def}$ Menge der von v_0 erreichbaren Knoten

Erreichbarkeitsbaum

Sei G=[V,E] ein Graph, $v_0 \in V$.

Erreichbare Zustände: $M(v_0) = \{ v \mid v$ erreichbar von $v_0 \}$

$L(v_0)$ = Menge der in v_0 beginnenden Wege $p = v_0\, v_1\, v_2 \dots v_n$

„Abwickeln“ des Graphen in v_0 ergibt Erreichbarkeitsbaum:

Aufspalten von Maschen/Zyklen

$T(v_0) = [\, K, B, k_{v0}, V, \alpha, E, \beta\,]$ mit

$K = \{ k_p \mid p \in L(v_0) \}$

$\alpha(k_p)$ = der mit p erreichte Knoten

$B = \{ [\, k_p , k_{pv}] \mid p \in L(v_0) \wedge v \in V \wedge pv \in L(v_0) \}$

$\beta([\, k_p , k_{pv}])$ = letzte Kante auf Weg pv

$\alpha(k_{v0}) = v_0$

$\alpha(k_p) = v$ für $p = v_0 \dots v_n$, $v_n = v$

$\beta([\, k_p , k_{pv}]) = [v_n, v]$ für $p = v_0 \dots v_n$

Erreichbarkeitsbaum

Für jeden Weg in G=[V,E] eigener Zweig in $T(v_0)$

Für Knoten k in $T(v_0)$:
- Name k_p :
  - gemäß Weg p in G
  - Kantenbeschriftungen auf Weg zu k_p in $T(v_0)$
- Beschriftung $\alpha(k_p)$: bei Weg p in G erreichter Knoten

$T(v_0)$ endlich gdw. $L(v_0)$ endlich

(für gerichtete Graphen: gdw. $G|M(v_0)$ azyklisch ist)

Binäre Relationen als Graph darstellen

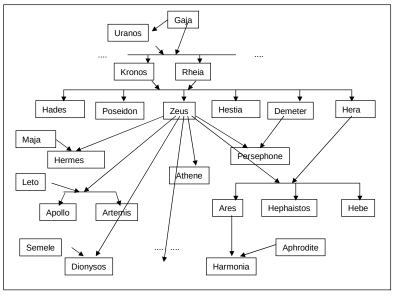
Binäre Relation R über Menge M: $R \subseteq M \times M$

- über natürlichen Zahlen:
  $<, \leq, >, \geq, =, \ldots, \equiv$ *mod(n)* , ...
- über Mengen:
  $\subset, \subseteq$,..., *gleichmächtig (d.h. card(M)=card(N))*, ...
- über Wörtern einer Sprache:
  suffix, *präfix*, ..., *gleiche Länge*, ...

Binäre Relationen als Graph darstellen

Binäre Relation R über Menge M: $R \subseteq M \times M$

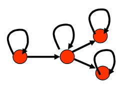
Graph G=[M,R]



Eigenschaften binärer Relationen

Reflexivität **(R)** $\forall a$: aRa

Schlingen $[v,v] \in E$ für alle $v \in V$

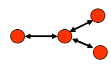


Irreflexivität **(Ir)** $\forall a$: $\neg aRa$

Eigenschaften binärer Relationen

Symmetrie **(S)** $\forall a,b$: $aRb \rightarrow bRa$

Kanten jeweils in beiden Richtungen bzw. ungerichtet

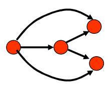


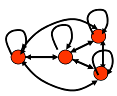
Asymmetrie **(aS)** $\forall a,b$: $aRb \rightarrow \neg bRa$

Antisymmetrie ("identitiv") **(anS)** $\forall a,b$: $aRb \wedge bRa \rightarrow a=b$

Eigenschaften binärer Relationen

Transitivität **(T)** $\forall a,b,c$: $aRb \wedge bRc \rightarrow aRc$





Direkte Verbindungen zwischen jeweils
allen Knoten auf gerichteten Wegen
(werden bei Darstellung gelegentlich weggelassen)

Eigenschaften binärer Relationen

Konnexität **(K)** $\forall a,b$: $aRb \vee bRa$

Kanten (in wenigstens einer Richtung)
zwischen allen Knoten
(speziell: Schlingen an allen Knoten)

Linearität **(L)** $\forall a,b$: $aRb \vee bRa \vee a=b$

Kanten (in wenigstens einer Richtung)
zwischen allen unterschiedlichen Knoten

Anordnungen

- irreflexive Halbordnung: **(Ir)**, **(T)**,(aS) — z.B. $\subset$
- irreflexive Ordnung: **(Ir)**, **(T)**, **(L)**, (aS) — z.B. $<$
- reflexive Quasiordnung: **(R)**, **(T)**
- reflexive Halbordnung: **(R)**, **(T)**, **(anS)** — z.B. $\subseteq$
- reflexive Ordnung: (R), **(T)**, **(anS)**, **(K)** — z.B. $\leq$

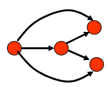
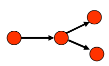
Anordnungen

Bezeichnungen nicht einheitlich
(Definition beachten):
- konnex vs. linear
- Halbordnung vs. Ordnung
- Halbordnung = "partielle Ordnung"
- Ordnung = "lineare" Ordnung, "totale" Ordnung, ...

Anordnungen

Hasse-Diagramm

Einschränkung des Graphen einer Anordnungsrelation:
Kanten nur von m nach n falls
$mRn \wedge m \neq n \wedge \neg\exists x\ (x \in M \wedge x \neq m \wedge x \neq n \wedge mRx \wedge xRn)$

Anordnungen

Kette: geordnete Teilmenge von M

Halbordnungen: Knoten liegen auf Linien („Ketten“)
„Partielle Ordnung“

Transitivität: Alle Knoten auf einer Kette direkt verbunden

Ordnungen: alle Knoten liegen auf <u>einer</u> Linie („Kette“)
„Totale Ordnung“

Maximale (bzw. minimale) Elemente in $N \subseteq M$
für Halbordnung R über M :
$m \in N \wedge \forall x \in N\colon\ mRx \rightarrow m=x$

Anfangs-/Endpunkte der Ketten im Teil-Graphen für N

Äquivalenzrelationen

- Äquivalenzrelation **(R)**, **(S)**, **(T)**

Graph zerfällt in stark zusammenhängende Teilgraphen, in denen jeder Knoten mit jedem verbunden ist.

Eine Äquivalenzrelation *R* über einer Menge *M* definiert eine **Zerlegung** von *M* in disjunkte **Klassen**.
Für $a \in M$: $K(a) =_{Def} \{\ b \mid aRb\ \}$, dabei gilt:
- $K(a) = K(b) \leftrightarrow aRb$
- $K(a) \cap K(b) = \emptyset \leftrightarrow \neg aRb$
- $M = \cup\{\ K(a) \mid a \in M\ \}$

Klassen durch beliebige Repräsentanten eindeutig bestimmt.

Ähnlichkeitsrelation (Verträglichkeitsrelation

- Ähnlichkeitsrelation **(R)**, **(S)**

Graph überdeckt von stark zusammenhängenden Teilgraphen, in denen jeder Knoten mit jedem verbunden ist.

Eine Ähnlichkeitsrelation *R* über einer Menge *M* definiert eine **Überdeckung** $\mathcal{N}$ von *M* durch Mengen $A \subseteq M$ von untereinander ähnlichen Elementen:
$\mathcal{N} =_{Def} \{\ A \mid A \subseteq M \wedge A \text{ maximal} \wedge \forall a,b \in A \rightarrow aRb\ \}$

Im Gegensatz zu Äquivalenzrelationen:

Die Mengen $B(a) =_{Def} \{\ b \mid aRb\ \} \subseteq M$ sind nicht durch Repräsentanten bestimmt. Es kann insbesondere gelten:

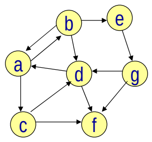
aRb und gleichzeitig $B(a) \neq B(b)$

$\neg aRb$ und gleichzeitig $B(a) \cap B(b) \neq \emptyset$

Implementation von Graphen

Datenstruktur (Inzidenzmatrix, Adjazenzmatrix) als (meist dünn besetzte) Matrix:
- Felder
- Listen

Und weitere, ggf. zusätzlich Beschriftungen

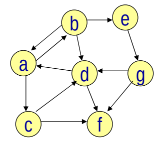


	a	b	c	d	e	f	g
a		1	1				
b	1			1	1		
c				1		1	
d	1					1	
e							1
f							
g				1		1	

Implementation von Graphen

- Datenbank von benachbarten Knoten

kante(knotenname1,knotename2)



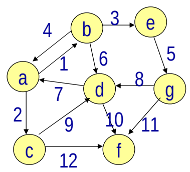
kante(a,b).
kante(a,c).
kante(b,a).
kante(b,d).
kante(b,e).
kante(c,d).
kante(c,f).
kante(d,a).
kante(d,f).
kante(e,g).
kante(g,d).
kante(g,f).

oder kante(kantenname, knotenname1,knotename2)

Implementation von Graphen

- Datenbank von Knoten-/Kantenbeziehungen

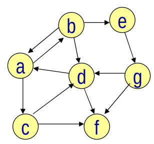
eingangskante(knotenname,kantenname)
ausgangskante(knotenname,kantename)



eingangskante(b,1).	ausgangskante(a,1).
eingangskante(c,2).	ausgangskante(a,2).
eingangskante(a,4).	ausgangskante(b,4).
eingangskante(d,6).	ausgangskante(b,6).
eingangskante(e,3).	ausgangskante(b,3).
eingangskante(d,9).	ausgangskante(c,9).
eingangskante(f,12).	ausgangskante(c,12).
eingangskante(a,7).	ausgangskante(d,7).
eingangskante(f,10).	ausgangskante(d,10).
eingangskante(g,5).	ausgangskante(e,5).
eingangskante(d,8).	ausgangskante(g,8).
eingangskante(f,11).	ausgangskante(g,11).

Graph als Liste von Adjazenzlisten

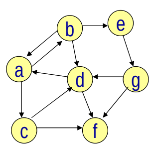
[a:[b,c], b:[a,d,e],c:[d,f],d:[a,f],e:[g],f:[],g:[d,f]]



- **Berechnung von Kanten:**

kante(X,Y,Graph)
:- member(X:Nachbarn,Graph),member(Y,Nachbarn).

Datenbank der Adjazenzlisten



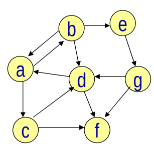
adjazenz(a,[b,c]).
adjazenz(b,[a,d,e]).
adjazenz(c,[d,f]).
adjazenz(d,[a,f]).
adjazenz(e,[g]).
adjazenz(f,[]).
adjazenz(g,[d,f]).

- **Berechnung von Kanten:**

kante(X,Y) :- adjazenz(X,Nachbarn),member(Y,Nachbarn).

Weg in einem Graphen

```
weg(Start,Start,_,[Start]).
weg(Start,Ziel,Graph,[Start|Weg])
  :- kante(Start,Nachbar,Graph),
     weg(Nachbar,Ziel,Graph,Weg).
```



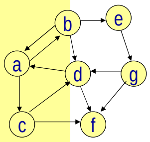

```
?- assert(graph([ a:[b,c], b:[a,d,e],c:[d,f],d:[a,f],e:[g],f:[],g:[d,f] ])).
?- graph(G),weg(a,b,G,W).
G = [a:[b, c], b:[a, d, e], c:[d, f], d:[a, f], e:[g], f:[], g:[d|...]]
W = [a, b] ;
...
W = [a, b, a, b] ;
...
W = [a, b, a, b, a, b] ;
...
W = [a, b, a, b, a, b, a, b]
```

Weg in einem Graphen

```
wegOhneZyklen(Start,Ziel,Graph,Weg)
      :-wegSuchen(Start,Ziel,Graph,Weg,[Start]).

wegSuchen(Start,Start,_,[Start],_).

wegSuchen(Start,Ziel,Graph,[Start|Weg],Bisherige)
  :- kante(Start,Nachbar,Graph),
     not(member(Nachbar,Bisherige)),
     wegSuchen(Nachbar,Ziel,Graph,Weg,[Nachbar|Bisherige]).
```




```
?- graph(G),wegOhneZyklen(a,f,G,W).
G = [a:[b, c], b:[a, d, e], c:[d, f], d:[a, f], e:[g], f:[], g:[d|...]]
W = [a, b, d, f] ;
…
W = [a, b, e, g, d, f] ;
…
W = [a, b, e, g, f] ;
…
W = [a, c, d, f] ;
…
W = [a, c, f] ;
```


Suche in Graphen

Beispiele:
- Routenplanung
- Fahrplanauskunft
- Suche nach einem Beweis
- Suche nach Gewinnstrategie
- Planung

Modell für Problemlösen:
- Gegeben:
  - Graph $G = [V,E]$
  - „Anfangszustand“ $z_0 \in V$
  - Menge von „Zielzuständen“ $Z_f \subseteq V$

- Probleme:
  - Existiert ein Weg von z_0 zu einem $z_f \in Z_f$
  - Konstruiere einen Weg von z_0 zu einem $z_f \in Z$
  - Konstruiere optimalen Weg von z_0 zu einem $z_f \in Z_f$
    (bzgl. eines gegebenen Optimalitätskriteriums)

Planung: Modellierung als Graph

Mögliche Aktionen: $A = \{a_1,...,a_n\}$

Zustände (Knoten im Graphen):

V = durch Aktionen entstehende Situationen

Ausgangsituation: Anfangszustand z_0

Situationen, in denen Planungsziel erreicht ist: Zielzustände Z_f

Zustandsübergänge (Kanten im Graphen):

E = Übergänge zwischen Situationen durch Aktionen

$= \{ [v,v',a] \mid v,v' \in V \; a \in A \wedge v$ wird durch a in v' überführt $\}$

G ist ein Kanten-beschrifteter Graph mit Mehrfachkanten

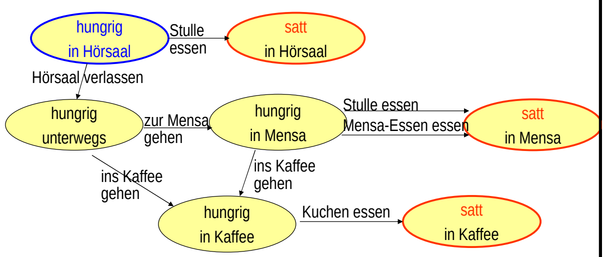
$G = [V,E,f,A,\beta]$

mit $f([v,v',a]) = [v,v']$, $\beta([v,v',a]) = a$

Planung: Modellierung als Graph

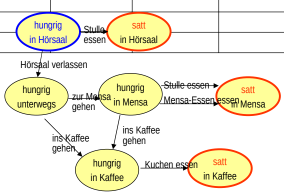
Ausgangszustand: *hungrig, im Hörsaal*

Bedingung an Zielzustände: *satt*



Übergangsmatrix

	Stulle essen	Hörsaal verlassen	zur Mensa gehen	Mensa-Essen essen	ins Kaffee gehen	Kuchen essen
hungrig, in Hörsaal	s., i.H.	h., u.				
hungrig, unterwegs			h., i.M.		h., i.K	
satt, in Hörsaal						
hungrig, in Mensa	s., i.M.			s., i.M.	h., i.K.	
hungrig, in Kaffee						s., i.K.
satt, in Mensa						
satt, in Kaffee						



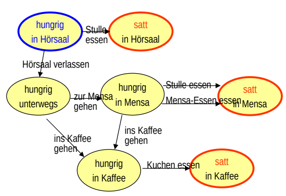
Übergangsmatrix

	Stulle essen	Hörsaal verlassen	zur Mensa gehen	Mensa-Essen essen	ins Kaffee gehen	Kuchen essen
hungrig, in Hörsaal	s., i.H.	h., u.				
hungrig, unterwegs			h., i.M.		h., i.K	
satt, in Hörsaal						
hungrig, in Mensa	s., i.M.			s., i.M.	h., i.K.	
hungrig, in Kaffee						s., i.K.
satt, in Mensa						
satt, in Kaffee						

Zeilen: Zustände z

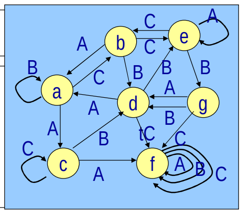
Spalten: Aktionen a

Matrix-Element: von z durch a erreichter Zustand z´



- Transitionssystem
- Automat
- Akzeptor

Transitionssystem



$T = [Z,X,\delta]$ mit

Z : Zustandsmenge

X : Eingangssignale

$\delta: Z \times X \to Z$ Überführungsfunktion

Graph mit Knoten für Zustände z aus Z
und Kanten für Übergänge von z nach $\delta(z,x)$

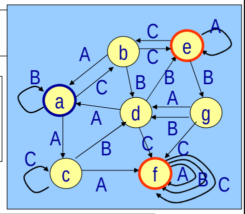
Erweiterung: $\delta: Z \times X^* \to Z$

$\delta(z,\lambda)=z$

$\delta(z,x_1...x_n\ x)= \delta(\delta(z,x_1...x_n), x)$

$\delta(z,x_1...x_n)$ ist der von z mit der Folge $x_1...x_n$ erreichte Zustand

Akzeptor



$T = [Z,X,\delta]$ mit

„Anfangszustand“ $z_0 \in Z$

Menge von „Zielzuständen“ $Z_f \subseteq Z$

Akzeptierte Sprache:

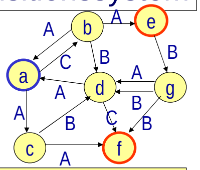
$L(T, z_0, Z_f) = \{ x_1...x_n \mid \delta(z_0,x_1...x_n) \in Z_f \} \subseteq X^*$

L ist <u>regulär</u>,

genau dann, wenn $T = [Z,X,\delta]$, $z_0 \in Z$, $Z_f \subseteq Z$ existieren

mit X,Z endlich und $L = L(T, z_0, Z_f)$.

Nicht-deterministischesTransitionssystem



$T = [Z,X,f]$ mit

Z : Zustandsmenge

X : Eingangssignale

$f : Z \times X \to 2^Z$ Überführungsfunktion

Erweiterung: $f: 2^Z \times X^* \to 2^Z$

$f(M,\lambda)=M$

$f(M,x_1...x_n\ x)= f(f(M,x_1...x_n), x)$

$f(z,x_1...x_n)$ sind die von z mit der Folge $x_1...x_n$ erreichten Zustände

Akzeptierte Sprache:

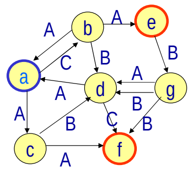
regulär, falls X,Z endlich

$L(T, z_0, Z_f) = \{ x_1...x_n \mid f(z_0,x_1...x_n) \cap Z_f \neq \emptyset \}$

Transitionssystem: Akzeptor

```
accept(P):-initial(Z),accept(Z,P).

accept(Z,[X|P]) :- delta(Z,X,Z1),accept(Z1,P).
accept(Z,[ ])     :- final(Z).
```



initial(a).
final(e).
final(f).

delta(a,x_c,b).
delta(a,x_A,c).
delta(b,x_A,a).
delta(b,x_A,e).
delta(b,x_B,d).
...
delta(g,x_B,f).

„Nicht-deterministisch“

Komplexität (Anzahl der Zustände/Knoten)

8-er Puzzle: 9! Zustände

davon 9!/2 = 181.440 erreichbar

15-er Puzzle: 16! Zustände

davon 16!/2 erreichbar

ungarischer Würfel: $12 \cdot 4{,}3 \cdot 10^{19}$ Zustände

1/12 davon erreichbar: $4{,}3 \cdot 10^{19}$

Türme von Hanoi: 3^n Zustände für n Scheiben

lösbar in $(2^n) - 1$ Zügen

Dame: ca 10^{40} Spiele durchschnittlicher Länge

Schach: ca 10^{120} Spiele durchschnittlicher Länge

Go: 3^{361} Stellungen