

Übungsblatt 2

Aufgabe 6

mündlich

Verschlüsseln Sie den Text **DREIEINS** mittels einer

- (a) additiven Chiffre mit dem Schlüssel $k = 13$,
- (b) affinen Chiffre mit dem Schlüssel $k = (17, 6)$,
- (c) Vigenère-Chiffre mit dem Schlüssel $k = \mathit{TIM}$,
- (d) Hill-Chiffre mit der 4×4 -Schlüsselmatrix aus der Vorlesung.

Aufgabe 7

mündlich

Bestimmen Sie die Anzahl der Lösungen $x \in \{0, \dots, m-1\}$ der Kongruenzgleichung

$$ax \equiv_m b$$

in Abhängigkeit von $\text{ggT}(a, m)$ und b . Betrachten Sie zunächst den Fall $b = 0$.

Aufgabe 8

mündlich

Bestimmen Sie für $m = 6, 8$ und 26 die Anzahl der invertierbaren 2×2 -Matrizen über \mathbb{Z}_m .

Hinweis: Benutzen Sie Aufgabe 10 und den Chinesischen Restsatz.

Aufgabe 9

mündlich

- (a) Zeigen Sie, dass für jede selbstinverse Matrix A über \mathbb{Z}_{26} gilt: $\det(A) \equiv_{26} \pm 1$.
- (b) Bestimmen Sie die Anzahl der selbstinversen 2×2 -Matrizen über \mathbb{Z}_{26} .

Aufgabe 10

10 Punkte

- (a) Zeigen Sie, dass im Fall p prim genau $(p^2 - 1)(p^2 - p)$ invertierbare 2×2 -Matrizen über \mathbb{Z}_p existieren.
- (b) Bestimmen Sie die Anzahl aller invertierbaren $k \times k$ -Matrizen über \mathbb{Z}_p .

Hinweis: Benutzen Sie, dass eine $k \times k$ -Matrix über \mathbb{Z}_p , p prim, genau dann invertierbar ist, wenn die Zeilen der Matrix linear unabhängige Vektoren (über \mathbb{Z}_p) sind.