Institut für Informatik

Priv.-Doz. Dr. W. Kössler

Aufgaben zur
"Stochastik für Informatiker"

Aufg. 45) (2 P.) Klassifizieren Sie die Zustände der durch die Übergangsmatrizen M_1 und M_2 gegebenen Markoff'schen Kette!

$$M_1 = \begin{pmatrix} 1/3 & 2/3 & 0 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 1/4 & 0 & 1/4 & 1/2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad M_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/3 & 0 & 0 & 2/3 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Aufg. 46) Es sei $\{X_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ eine Markoff'sche Kette mit den Übergangswahrscheinlichkeiten

$$M = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1/4 & 3/4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1/4 & 1/4 & 1/4 & 1/4 & 0 & 0 \\ 1/4 & 0 & 1/4 & 1/4 & 0 & 1/4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2 & 1/2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2 & 1/2 \end{pmatrix}$$

a) (1 P.) Klassifizieren Sie die Zustände!

b) (2 P.) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit $f_1(n)$ erstmalig nach n Schritten in den Zustand 1 zurückzukehren.

c) (2 P.) Berechnen Sie die mittlere Rückkehrzeit in den Zustand 1, d.h.

$$\mu_1 = E(T_1|X_0 = 1),$$

wobei

$$T_1 = inf\{n \geq 1 : X_n = 1\}!$$

Aufg. 47) Beweisen Sie, dass die durch die Übergangsmatrix

$$P = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1/2 & 1/4 & 1/4 \\ 1/2 & 1/4 & 1/4 \end{pmatrix}$$

definierte Markoff'sche Kette ergodisch ist und bestimmen Sie die stationäre Verteilung!